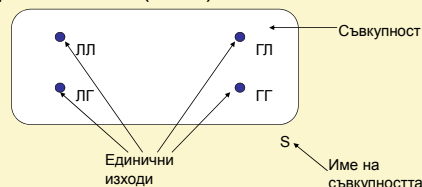


Вероятности

Лекция 3.1

Събитие и вероятност

Диаграма на Вен (Venn)



Вероятностите са винаги между 0 и 1 включително.
Сумата от всички възможни вероятности в едно множество е равна на 1.

4

Основни цели

- Определение на вероятност
- Основни правила за изчисляване на вероятности
- Използуване на вероятностите

2

Изчисляване на вероятностите

Начини

- Дефиниране на експеримент
- Списък на всички възможни изходи
- Даване на вероятности за всяка точка
- Идентифициране на събитие
- Сумиране на вероятностите на отделните точки

5

Експерименти и вероятности

Експеримент – процес на наблюдение, който води до един изход и този изход не може да се предвиди със сигурност

Единичен изход – изход/резултат от експеримент

Съвкупност от изходи – списък на всички възможни резултати при един експеримент

Експеримент – подхвърляне на две монети (една 2 пъти)

Единичен изход – Л или Г (Лице или Гръб, Head - Tail)

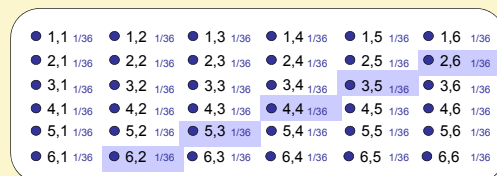
Съвкупност – S: {ЛЛ, ЛГ, ГЛ, ГГ}

Вероятност – емпирично: относителната честота от събъдването на един изход

3

Пример 1

Каква е вероятността като се хвърлят само веднъж два зара сумата от точките да е точно 8?



Отговор P = $1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 = 5/36 = .14$

6

Пример 2

Каква е вероятността като се хвърлят два зара само веднъж, сумата от точките да е поне 9?

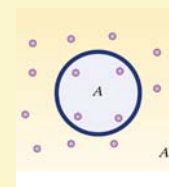
$$\begin{aligned} P(\geq 9) &= P(9) + P(10) + P(11) + P(12) \\ &= 4/36 + 3/36 + 2/36 + 1/36 \\ &= 10/36 \\ &= 5/18 = .28 \end{aligned}$$

7

Допълващи се събития

Събития A , и A^C : нито една от точките на едното събитие не е част от другото и сумата им е цялото пространство

A – предмета е бял
 B – предмета не е бял

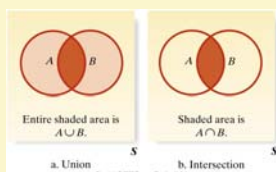


10

Обединение и сечение

Сложно събитие – състои се от 2 или повече прости събития

а) обединение б) сечение

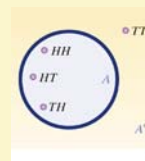


8

Пример

Две монети се подхвърлят веднъж:

A – има поне едно лице (Н)
 A^C – няма нито едно лице (Н)



11

Пример

Събитие A – Майката е бяла (самоопределяща)
Събитие B – Възрастта на майката е < 20 години

$$P(A) = .79$$

$$P(B) = .09$$

$$P(A \cap B) = .05$$

$$P(A \cup B) = .02 + .03 + .41 + .33 + .02 + .02 = .83$$

9

Възраст на майката В години	Раса - Бяла	Раса - Не бяла
≤ 17	2%	2%
18-19	3%	2%
20-29	41%	12%
≥ 30	33%	5%

Събирателно правило и взаимно изключващи се събития

Правило за събиране на вероятности

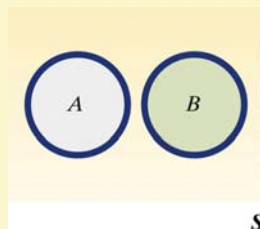
$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \\ &.79 + .09 - .05 = .83 \end{aligned}$$

Възраст на майката В години	Раса - Бяла	Раса - Не бяла
≤ 17	2%	2%
18-19	3%	2%
20-29	41%	12%
≥ 30	33%	5%

12

Взаимно изключващи се събития

Нямат общи точки.



$$P(A \cap B) = 0$$

13

Пример

A – има рак на белите дробове

B – пушач

$A|B$ има рак на белите дробове ако е пушач

16

Правило за събиране на вероятности за взаимноизключващи се събития

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

14

Пример

Събитие A – стоката е върната заради лош външен вид

Събитие B – връщането е в гаранционния срок

Върната стока	Причина (%)			
	Електрическа	Механична	Външен вид	Общо
В гаранция	18	13	32	63
Извън гаранция	12	22	3	37
Общо	30	35	35	100

$$P(A \cap B) = .32 \quad P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{.32}{.63} = .51$$

17

Условна вероятност

Вероятността да се случи събитието A при положение, че събитието B се е случило

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

15

Правило за умножение на вероятности

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) \text{ или } P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

18

Независими събития

Събитията А и В са независими ако реализирането на едното събитие не променя вероятността за реализиране на другото $P(A|B) = P(A)$ и $P(B|A) = P(B)$

Ако А и В са независими събития, то

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

19

Пример

Събитие А – стоката е върната заради лош външен вид

Събитие В – връщането е в гаранционния срок

Върната стока	Причина (%)			
	Електрическа	Механична	Външен вид	Общо
В гаранция	18	13	32	63
Извън гаранция	12	22	3	37
Общо	30	35	35	100

Дали събитията А и В са независими? Отговор: Не.

$$P(A|B) = .51 \quad P(A) = .32 + .03 = .35$$

20